

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-448-455

УДК 517.958

## РЕШЕНИЕ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ПО СКОРОСТИ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ–СТОКСА С УЧЕТОМ СТЕПЕННОГО ВИДА ЗАВИСИМОСТИ ВЯЗКОСТИ, ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ПЛОТНОСТИ ГАЗООБРАЗНОЙ СРЕДЫ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

© Н. В. Малай, Н. Н. Самойлова

ФГАОУ ВО «Белгородский государственный национальный исследовательский университет»  
308015, Российская Федерация, г. Белгород, ул. Победы, 85  
E-mail: malay@bsu.edu.ru, mironovanadya@mail.ru

*Аннотация.* Получено решение линеаризованной по скорости системы уравнений Навье–Стокса в сфероидальной системе координат с учетом степенного вида зависимости вязкости, теплопроводности и плотности газообразной среды от температуры с помощью обобщенных степенных рядов.

*Ключевые слова:* система уравнений Навье–Стокса; сфероид

### Введение

Уравнения Навье–Стокса являются одними из важнейших в гидродинамике и применяются при математическом моделировании многих природных явлений и технических приложений [1, 2]. С чисто математических позиций уравнения Навье–Стокса относятся к классу нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Одно из наиболее неприятных из их свойств – нелинейность, обусловленная наличием конвективного члена ускорения  $(\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{U}$ . До сих пор решения этих уравнений найдены лишь для некоторых частных случаев [3, 4].

Существует обширный класс гидродинамических течений, в которых можно пренебречь нелинейным членом [1]. В результате получается система уравнений, называемая в научной литературе **линеаризованной по скорости системой уравнений Навье–Стокса**. Изучение решений линеаризованной по скорости системы уравнений Навье–Стокса представляет большой научный, практический, а также методологический интерес и, позволяет развить математический аппарат, необходимый для исследования уже полной системы уравнений Навье–Стокса.

Использовании современных мощных лазеров в промышленности, медицине, сельском хозяйстве; при описании движения частиц в разнотемпературных каналах; при

оценке скорости осаждения нагретых частиц, разработке методов тонкой очистки газов от аэрозольных примесей и т. д. мы сталкиваемся с ситуацией, когда средняя температура поверхности частиц, находящихся во взвешенном состоянии в газообразной среде, существенно отличается от температуры окружающего их газа. В этом случае система уравнений Навье–Стокса решается уже совместно с уравнениями тепло- и массопереноса, газообразная среда называется неизотермической и необходимо уже учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. В результате мы получаем довольно сложную краевую задачу.

В ходе исследования авторам удалось при определенном виде поиска решений компонент массовой скорости и допустимых с точки зрения физики упрощениях, линеаризованную по скорости систему уравнений Навье–Стокса свести к однородному обыкновенному дифференциальному уравнению третьего порядка с изолированной особой точкой. Решение полученного дифференциального уравнения находилось в виде обобщенных степенных рядов [5].

### Основные результаты.

Для нахождения решения линеаризованной по скорости системы уравнений Навье–Стокса в качестве примера рассмотрим классическую задачу стационарного обтекания аэрозольной частицы сфероидальной формы плоскопараллельным потоком газа со скоростью  $U_\infty$  ( $U_\infty \parallel Oz$ ) в случае неизотермической газообразной среды. Описание обтекания будем проводить в сплюснутой сфероидальной системе координат  $(\tau, \eta, \phi)$  [1], которая связана с декартовыми соотношениями

$$x = c \operatorname{ch} \tau \sin \eta \cos \phi, \quad y = c \operatorname{ch} \tau \sin \eta \sin \phi, \quad z = c \operatorname{sh} \tau \cos \eta, \quad (1)$$

где  $0 \leq \tau < \infty$ ,  $0 \leq \eta \leq \pi$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ,  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$  ( $a > b$ ),  $a$  и  $b$  – полуоси сфероида. При этом положение декартовой системы координат фиксировано относительно частицы таким образом, что ось  $z$  совпадает с осью симметрии сфероида. Все неизвестные функции зависят только от координат  $\tau$  и  $\eta$ . Фиксированное значение  $\tau$  соответствует сфероидальной поверхности с общим центром, совпадающим с началом координат. Поэтому границе области  $\Omega_p$  с заданными длинами полуосей  $a$  и  $b$  соответствует строго определенное значение координаты  $\tau = \tau_0$ , которое связано с полуосями  $a$  и  $b$  соотношением:  $\tau_0 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{a+b}{a-b} \right|$  [1]. Здесь и далее индексы « $g$ » относятся к газообразной среде, а « $p$ » – частице.

Общая система газодинамических уравнений нелинейна, и при ее решении рассмотрим следующие дополнительные условия, оправданные, например, с физической точки зрения, которые реализуются в большинстве прикладных задач.

**У с л о в и е** 1. Все процессы, происходящие в системе частица–газ, рассматриваются в квазистационарном приближении, что возможно в силу малости времени тепловой релаксации частиц. Считается, что характерные значения времен установления распределения полей температуры и скорости течения малы по сравнению с характерным временем нагрева поверхности частицы до максимальной температуры.

**У с л о в и е 2.** Определяющими параметрами задачи являются коэффициенты  $\rho_\infty$ ,  $\mu_\infty$ ,  $\lambda_\infty$  и сохраняющиеся в процессе движения частицы величины –  $a$ ,  $T_\infty$ ,  $U_\infty$ . Здесь  $a$  – экваториальный радиус сфероида. Из этих параметров можно составить две безразмерные комбинации: число Рейнольдса  $Re_\infty = (\rho_\infty a U_\infty) / \mu_\infty \ll 1$  и тепловое число Пекле –  $Pe_\infty = (\rho_\infty c_{pg} U_\infty a) / \lambda_\infty \ll 1$ , где  $U_\infty = |\mathbf{U}_\infty|$  – характерная скорость (величина скорости набегающего потока).

**У с л о в и е 3.** При описании свойств газообразной среды и частицы рассматривается степенной вид зависимости динамической вязкости, плотности и теплопроводности от температуры:  $\mu_g = \mu_\infty \left(\frac{T_g}{T_\infty}\right)^\beta$ ,  $\rho_g = \rho_\infty \frac{T_\infty}{T_g}$ ,  $\lambda_g = \lambda_\infty \left(\frac{T_g}{T_\infty}\right)^\alpha$  и  $\lambda_p = \lambda_* \left(\frac{T_p}{T_\infty}\right)^\omega$ ,  $\mu_\infty = \mu_g(T_\infty)$ ,  $\rho_\infty = \rho_g(T_\infty)$ ,  $\lambda_\infty = \lambda_g(T_\infty)$ ,  $\lambda_* = \lambda_p(T_\infty)$ ,  $0,5 \leq \alpha, \beta \leq 1$ ,  $-1 \leq \omega \leq +1$ .

**У с л о в и е 4.** Коэффициент теплопроводности частицы ( $\lambda_p$ ) по величине много больше коэффициента теплопроводности газа ( $\lambda_g$ ), то есть  $\lambda_g \ll \lambda_p$ . Это условие приводит к тому, что в коэффициенте вязкости можно пренебречь зависимостью по углу  $\eta$  в системе «частица – газ» (предполагается слабая угловая асимметрия распределения температуры) и считается, что вязкость связана только с температурой  $T_g^{(0)}(\tau)$ , то есть  $\mu_g(T_g(\tau, \eta)) \approx \mu_g(T_g^{(0)}(\tau))$ . При этом  $T_g(\tau, \eta) = T_g^{(0)}(\tau) + \delta T_g(\tau, \eta)$ , где  $\delta T_g(\tau, \eta) \ll T_g^{(0)}(\tau)$ ;  $T_g^{(0)}(\tau)$ ,  $\delta T_g(\tau, \eta)$  определяются из решения тепловой задачи. Это условие позволяет рассматривать гидродинамическую часть отдельно от тепловой части, а связь между ними осуществляется через граничные условия.

Вязкая неизотермическая газообразная среда занимает неограниченную область  $\Omega_g = \mathbb{R}^3 \setminus \Omega_p$  ( $x \in \Omega_g$ ), где  $\Omega_p$  – сфероидальная область с центром в нуле евклидова пространства  $R^3$ . Требуется найти векторное поле скорости  $\mathbf{U}_g(x)$  и скалярное поле давления  $P_g(x)$ , удовлетворяющие системе уравнений

$$\frac{1}{H_i} \frac{\partial P_g}{\partial x^i} = \frac{1}{H_i} \sum_{k=1}^3 \left[ \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x^k} \left( \frac{H_1 H_2 H_3 H_k}{H_k} \sigma_{ik} \right) - \frac{\sigma_{kk}}{H_k} \frac{\partial H_k}{\partial x^i} \right], \quad (2)$$

$$\frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x^i} \left( \frac{H_1 H_2 H_3}{H_i} \rho_g U_{x^i}^g \right) = 0, \quad (3)$$

$$\rho_g c_{pg} \left( \frac{U_{x^i}^g}{H_i} \frac{\partial T_g}{\partial x^i} \right) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x^i} \left( \frac{H_1 H_2 H_3}{H_i^2} \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x^i} \right), \quad P_g = n_g k T_g, \quad (4)$$

где через  $U_{x^i}^g$ ,  $\sigma_{ik}$  – обозначены физические компоненты массовой скорости  $\mathbf{U}_g$  и тензора полных напряжений  $\sigma_{ik}$ ,

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} = & \mu_g \left( \frac{1}{H_k} \frac{\partial U_{x^i}^g}{\partial x^k} + \frac{1}{H_i} \frac{\partial U_{x^k}^g}{\partial x^i} - \frac{1}{H_i H_k} \left[ U_{x^i}^g \frac{\partial H_i}{\partial x^k} + U_{x^k}^g \frac{\partial H_k}{\partial x^i} \right] + \right. \\ & \left. + 2\delta_i^k \sum_{n=1}^3 \frac{U_{x^n}^g}{H_i H_n} \frac{\partial H_i}{\partial x^n} - \frac{2}{3} \delta_i^k \sum_{n=1}^3 \frac{\partial}{\partial x^n} \left( \frac{H_1 H_2 H_3}{H_n} U_{x^n} \right) \right), \end{aligned}$$

где  $H_i$  – коэффициенты Ламэ,  $k$  – постоянная Больцмана,  $P_g$ ,  $T_g$  – давление и температура газообразной среды,  $\rho_g$ ,  $c_{pg}$ ,  $\mu_g$  и  $\lambda_g$  – плотность, удельная теплоемкость при

постоянном давлении, коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности газообразной среды, соответственно,  $\rho_g = n_g m_g$ ,  $n_g$  – концентрация и  $m_g$  – масса молекул вязкой среды.

Система (2)–(4) решается со следующими краевыми условиями в системе координат сплюснутого сфероида (условия обтекания)

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \mathbf{U}_g = U_\infty \frac{c \operatorname{ch} \tau}{H_1} \cos \eta \mathbf{e}_\tau - U_\infty \frac{c \operatorname{sh} \tau}{H_1} \sin \eta \mathbf{e}_\eta, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} P_g = P_\infty. \quad (5)$$

Исходя из вида краевых условий (5), искать выражения для компонент массовой скорости в сфероидальной системе координат будем в виде

$$U_\tau(\tau, \eta) = \frac{U_\infty}{c \operatorname{ch} \tau H_1} G(\tau) \cos \eta, \quad U_\eta(\tau, \eta) = -\frac{U_\infty}{c H_1} g(\tau) \sin \eta, \quad (6)$$

где  $G(\tau)$  и  $g(\tau)$  – подлежащие определению функции. Поиск решения в виде (6) позволяет, во-первых, систему уравнений в частных производных свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений; во-вторых, освободиться от угловой зависимости искомых функций и свести в итоге задачу к обыкновенному однородному дифференциальному уравнению третьего порядка для функции  $G(\tau)$ .

Связь между функциями  $G(\tau)$  и  $g(\tau)$  найдем из уравнения непрерывности (3), учитывая условия 3 и 4

$$g(\lambda) = \frac{1}{2} \frac{dG(\lambda)}{d\lambda} - \frac{1}{2} f(\lambda) G(\lambda), \quad f(\lambda) = \frac{1}{t_g^{(0)}(\lambda)} \frac{dt_g^{(0)}(\lambda)}{d\lambda}. \quad (7)$$

Функция  $t_g^{(0)}(\lambda)$ , входящая в (7), определяется из решения стационарного уравнения теплопроводности (4) методом сращиваемых асимптотических разложений и имеет вид

$$t_g^{(0)}(\lambda) = \left( 1 + \gamma_0 \operatorname{arcctg} \lambda \right)^{\frac{1}{1 + \alpha}}, \quad (8)$$

где  $\gamma_0$  – постоянная интегрирования, определяемая из граничных условий на поверхности нагретой частицы.

С учетом (8), допущений 3 и 4 зависимость вязкости газообразной среды от температуры принимает вид

$$\mu_g(\lambda) = \mu_\infty \left( 1 + \gamma_0 \operatorname{arcctg} \lambda \right)^{\frac{\beta}{1 + \alpha}}. \quad (9)$$

Записав линеаризованные по скорости уравнения Навье–Стокса в сфероидальной системе координат, подставив в них выражения для компонент тензора напряжений и выражения для компонент массовой скорости (11), освобождаясь от давления в конечном итоге, с учетом (8)–(9), получаем следующее однородное дифференциальное уравнение третьего порядка для функции  $\tilde{G}(\nu) = G(1/\nu) = G(\operatorname{sh} \tau)$

$$\psi_3(\nu) \frac{d^3 \tilde{G}}{d\nu^3} + \psi_2(\nu) \frac{d^2 \tilde{G}}{d\nu^2} + \psi_1(\nu) \frac{d \tilde{G}}{d\nu} + \psi_0(\nu) \tilde{G} = 0, \quad (10)$$

где

$$\psi_3(\nu) = \nu^3 (1 + \nu^2),$$

$$\psi_2(\nu) = \nu^2 (5 + 7\nu^2 - \gamma_1 \nu L),$$

$$\psi_1(\nu) = \nu \left( 2 + 8\nu^2 - \left( 2\gamma_1 - \frac{5\gamma_3 + \gamma_2 \nu^2}{1 + \nu^2} \right) \nu L + \gamma_4 \frac{\nu^2 L^2}{1 + \nu^2} \right),$$

$$\psi_0(\nu) = -2 - (\gamma_5 + \gamma_6 \nu^2) \frac{\nu L}{(1 + \nu^2)^2} + (5\gamma_3 - \gamma_8 + (\gamma_3 - \gamma_7) \nu^2) \frac{\nu^2 L^2}{(1 + \nu^2)^2} - (2\gamma_3 - \gamma_9) \frac{\nu^3 L^3}{(1 + \nu^2)^2},$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{2 - 3\beta}{2(1 + \alpha)}, \quad \gamma_2 = \frac{1 - \beta}{1 + \alpha}, \quad \gamma_3 = \frac{1}{1 + \alpha}, \quad \gamma_4 = \frac{4(1 + \alpha) + \beta(\beta - \alpha - 4)}{2(1 + \alpha)^2}, \quad \gamma_5 = \frac{4 + \beta}{1 + \alpha}, \\ \gamma_6 &= \frac{\beta}{1 + \alpha}, \quad \gamma_7 = \frac{\beta}{(1 + \alpha)^2}, \quad \gamma_8 = \frac{-\beta(\beta - \alpha - 4)}{(1 + \alpha)^2}, \quad \gamma_9 = \frac{-\beta(\beta - 4\alpha - 4)}{2(1 + \alpha)^3}, \quad L = \frac{\gamma_0}{1 + \gamma_0 \cdot \arctg \nu}. \end{aligned}$$

Заметим, что точка  $\nu=0$  для уравнения (10) является регулярной особой точкой [5, 6], поэтому решение однородного дифференциального уравнения можно искать с помощью обобщенных степенных рядов, разложив в степенные ряды функции  $\psi_i(\nu)$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ , входящие в уравнение (10).

Решение уравнения (10) ищем в виде обобщенного степенного ряда

$$\tilde{G} = \nu^\rho \sum_{n=0}^{\infty} C_n \nu^n, \quad C_0 \neq 0. \quad (11)$$

Вычисляя производные и, подставляя их в (10), приравнявая коэффициенты при  $\nu^{n+\rho}$ , получаем определяющее уравнение  $\rho^3 + 2\rho^2 - \rho - 2 = 0$ , корни которого равны соответственно:  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = -2$ ,  $\rho_3 = -1$ .

Заметим, что разность корней равна целому числу, следовательно, согласно общей теории решения дифференциальных уравнений в виде обобщенных степенных рядов методом Фробениуса, система линейно независимых решений однородного дифференциального уравнения (10) содержит логарифмические члены [5, 6] и имеет вид

$$\tilde{G}_1(\nu) = \nu \sum_{n=0}^{\infty} C_{n,1} \nu^n, \quad \tilde{G}_2(\nu) = \frac{1}{\nu^2} \sum_{n=0}^{\infty} C_{n,2} \nu^n + \omega_1 \ln \frac{\nu}{\nu_0} \tilde{G}_1(\nu), \quad (12)$$

$$\tilde{G}_3(\nu) = \frac{1}{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} C_{n,3} \nu^n + \omega_2 \ln \frac{\nu}{\nu_0} \tilde{G}_1(\nu). \quad (13)$$

Здесь  $w_1, w_2 - const$ .

Подставляя (12)–(13) в уравнение (10), методом неопределенных коэффициентов получаем рекуррентные формулы для нахождения коэффициентов  $C_{n,i}$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Таким образом, общее решение уравнения (10) имеет вид  $\tilde{G}(\nu) = A_1 \tilde{G}_1(\nu) + A_2 \tilde{G}_2(\nu) + A_3 \tilde{G}_3(\nu)$ . Ряды, определяющие функции  $\tilde{G}_i(\nu)$ ,  $i = 1, 2, 3$  равномерно сходятся при  $\nu \in (0, 1)$ .

В результате проведенного исследования доказана следующая теорема.

**Теорема 1.** *Общее решение уравнения (10) имеет вид  $\tilde{G}(\nu) = A_1 \tilde{G}_1(\nu) + A_2 \tilde{G}_2(\nu) + A_3 \tilde{G}_3(\nu)$ , где коэффициенты  $A_1, A_2, A_3$  – произвольные постоянные, функции  $\tilde{G}_1(\nu), \tilde{G}_2(\nu), \tilde{G}_3(\nu)$  – задаются формулами (12)–(13). Функция  $\tilde{G}(\nu)$  удовлетворяет краевым условиям (5).*

Зная общее решение уравнения (10), мы можем найти компоненты векторного поля  $\mathbf{U}_g(x)$  и скалярной функции давления  $P_g(x)$  в области  $\Omega_g = \mathbb{R}^3 \setminus \Omega_p$  ( $x \in \Omega_g$ ), удовлетворяющих системе уравнений (2)–(4) и краевым условиям (5), при степенном виде зависимости коэффициентов вязкости, теплопроводности и плотности газообразной среды от температуры (9).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1960.
2. Котеров В.Н., Шмыглевский Ю.Д., Щепров А.В. Обзор аналитических исследований установившихся течений вязкой несжимаемой жидкости (2000-2004 гг.) // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2005. Т. 45. № 5. С. 899-920.
3. Ладыженская О.А. Шестая проблема тысячелетия: уравнения Навье–Стокса. Существование и гладкость // УМН. 2003. Т. 58. Вып. 2 (350). С. 45-78.
4. Малай Н.В., Миронова Н.Н., Глушак А.В. Решение краевой задачи для уравнения Навье–Стокса при обтекании нагретого сфероида газообразной средой // Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48. № 6. С. 879-883.
5. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Изд-во иностранной литературы, 1958.
6. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1981. 703 с.

Поступила в редакцию 17 апреля 2018 г.

Прошла рецензирование 22 мая 2018 г.

Принята в печать 19 июня 2018 г.

Конфликт интересов отсутствует.

Малай Николай Владимирович, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и математической физики, e-mail: malay@bsu.edu.ru

Самойлова Надежда Николаевна, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, старший преподаватель кафедры теоретической и математической физики, e-mail: mironovanadya@mail.ru

**Для цитирования:** Малай Н.В., Самойлова Н.Н. Решение линеаризованной по скорости системы уравнений Навье–Стокса с учетом степенного вида зависимости вязкости, теплопроводности и плотности газообразной среды от температуры // Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки. Тамбов, 2018. Т. 23. № 123. С. 448–455. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-448-455

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-448-455

**SOLUTION OF THE SYSTEM OF NAVIER–STOKES EQUATIONS  
LINEARIZED WITH RESPECT TO THE VELOCITY WITH REGARD  
OF A POWER-LAW DEPENDENCE OF VISCOSITY, THERMAL  
CONDUCTIVITY AND THE GASEOUS MEDIUM DENSITY  
ON THE TEMPERATURE**

**N. V. Malai, N. N. Samoilo**

Belgorod National Research University  
85 Pobedy St., Belgorod 308015, Russian Federation  
E-mail: malay@bsu.edu.ru, mironovanadya@mail.ru

*Abstract.* We received the solution of the system of Navier–Stokes equations linearized with respect to the velocity in the spheroidal coordinate system with regard of a power-law dependence of viscosity, thermal conductivity and the gaseous medium density on the temperature by means of generalized power series.

*Keywords:* system of Navier–Stokes equations; a spheroid

REFERENCES

1. Happel J., Brenner H. *Gidrodinamika pri mal'kikh chislakh Reynol'das* [Low Reynolds Number Hydrodynamics]. Moscow, Mir Publ., 1960. (In Russian).
2. Koterov V.N., Shmyglevskiy Yu.D., Shcheprov A.V. Obzor analiticheskikh issledovaniy ustanovivshikhsya techeniy vyzkoy neszhimaemoy zhidkosti (2000-2004 gg.) [A survey of analytical studies of steady viscous incompressible flows (2000-2004)]. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki – Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2005, vol. 45, no. 5, pp. 899-920. (In Russian).
3. Ladyzhenskaya O.A. Shestaya problema tysyacheletiya: uravneniya Nav'e–Stoksa. Sushchestvovanie i gladkost' [Sixth problem of the millennium: Navier–Stokes equations, existence and smoothness]. *Uspekhi matematicheskikh nauk – Russian Mathematical Surveys*, 2003, vol. 58, no. 2 (350), pp. 45-78. (In Russian).
4. Malay N.V., Mironova N.N., Glushak A.V. Reshenie kraevoy zadachi dlya uravneniya Nav'e–Stoksa pri obtekanii nagretogo sferoida gazoobraznoy sredoy [Solution of the boundary value problem for the Navier–Stokes equation for the flow of a gaseous medium past a heated spheroid]. *Differentsial'nye uravneniya – Differential Equations*, 2012, vol. 48, no. 6, pp. 879-883. (In Russian).
5. Koddington E.A., Levinson N. *Teoriya obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy* [Theory of Ordinary Differential Equations]. Moscow, Foreign Languages Publishing House, 1958. (In Russian).
6. Kamke E. *Spravochnik po obyknovennym differentsial'nykh uravneniyam* [Typical Differential Equations Guide]. Moscow, State Publ. of Technical and Theoretical Literature, 1981, 703 p. (In Russian).

Received 17 April 2018

Reviewed 22 May 2018

Accepted for press 19 June 2018

There is no conflict of interests.

Malai Nikolai Vladimirovich, Belgorod National Research University, Belgorod, the Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of Theoretical and Mathematical Physics Department, e-mail: malay@bsu.edu.ru.

Samoilova Nadezhda Nikolaevna, Belgorod National Research University, Belgorod, the Russian Federation, Lecturer of Theoretical and Mathematical Physics Department, e-mail: mironovanadya@mail.ru

**For citation:** Malai N.V., Samoilova N.N. Reshenie linearizovannoy po skorosti sistemy uravneniy Nav'e–Stoksa s uchedom stepennogo vida zavisimosti vyazkosti, teploprovodnosti i plotnosti gazoobraznoy sredy ot temperatury [Solution of the system of Navier–Stokes equations linearized with respect to the velocity with regard of a power-law dependence of viscosity, thermal conductivity and the gaseous medium density on the temperature]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 123, pp. 448-455. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-123-448-455 (In Russian, Abstr. in Engl.).